



## KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu

Metody numeryczne [S1MNT1>MN]

### Przedmiot

Kierunek studiów

Matematyka nowoczesnych technologii

Rok/Semestr

2/3

Studia w zakresie (specjalność)

–

Profil studiów

ogólnoakademicki

Poziom studiów

pierwszego stopnia

Język oferowanego przedmiotu

polski

Forma studiów

stacjonarne

Wymagalność

obligatoryjny

### Liczba godzin

Wykład

30

Laboratorium

45

Inne

0

Ćwiczenia

0

Projekty/seminaria

0

### Liczba punktów ECTS

6,00

### Koordynatorzy

dr inż. Karol Gajda

karol.gajda@put.poznan.pl

### Wykładowcy

### Wymagania wstępne

Student posiada wiedzę z matematyki (w zakresie algebry liniowej, rachunku różniczkowego i całkowego, rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych) i informatyki (w zakresie podstawowych struktur danych i programowania w języku wysokiego poziomu). Student potrafi rozwiązać analitycznie zadania z matematyki w zakresie podanym powyżej. Potrafi zaimplementować algorytm w języku programowania wysokiego poziomu. Student ma świadomość poziomu swojej wiedzy. Student ma świadomość pogłębiania i poszerzania wiedzy.

### Cel przedmiotu

Poznanie podstawowych metod numerycznych. Zastosowanie ich do rozwiązywania problemów matematycznych i prostych zagadnień inżynierskich. Wspomaganie obliczeń matematycznych i inżynierskich właściwymi narzędziami informatycznymi. Weryfikacja uzyskanych rozwiązań.

### Przedmiotowe efekty uczenia się

Wiedza:

- student ma wiedzę dotyczącą zastosowań metod i narzędzi matematycznych w zakresie metod numerycznych;

- student ma podbudowaną teoretycznie wiedzę z metod numerycznych;
- student zna przynajmniej jeden pakiet oprogramowania lub język programowania;
- [K\_W01(P6S\_WG), K\_W07(P6S\_WG)].

#### Umiejętności:

- student potrafi posługiwać się wiedzą z matematyki wyższej;
- student potrafi wykorzystywać narzędzia i metody numeryczne do rozwiązywania prostych problemów inżynierskich;
- student potrafi skonstruować algorytm rozwiązania prostego zadania inżynierskiego oraz zaimplementować i przetestować go w wybranym środowisku programistycznym;
- student potrafi zgodnie z ogólnymi wymogami eksploatować urządzenia oraz umie stosować zasady bezpieczeństwa i higieny pracy w laboratorium komputerowym;
- student potrafi wykorzystać poznaną wiedzę oraz odpowiednie metody i narzędzia do rozwiązywania typowych zadań inżynierskich;
- student umie posługiwać się językiem obcym w stopniu pozwalającym na korzystanie z anglojęzycznego oprogramowania;

[K\_U01(P6S\_UW), K\_U03(P6S\_UW), K\_U04(P6S\_UW), K\_U05(P6S\_UW), K\_U06(P6S\_UW), K\_U11(P6S\_UW), K\_U12(P6S\_UW), K\_U15(P6S\_UK)].

#### Kompetencje społeczne:

- student ma świadomość poziomu swojej wiedzy;
- student ma świadomość pogłębiania i poszerzania wiedzy do rozwiązywania problemów technicznych;
- student potrafi myśleć i działać w sposób kreatywny, jest świadomy odpowiedzialności za efekty pracy zespołu, jak i poszczególnych jego uczestników;
- [K\_K01(P6S\_KK), K\_K02(P6S\_KK), K\_K03(P6S\_KO)].

### Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

#### Wykłady:

- ocena wiedzy i umiejętności wykazanych podczas egzaminu;
- kontrola percepcji podczas wykładów;

#### Laboratoria:

- ocena umiejętności związanych z realizacją zadań projektowych;
- ocena przygotowania studenta do zajęć laboratoryjnych;
- ocena umiejętności związanych z realizacją ćwiczeń laboratoryjnych;
- ocena umiejętności pracy w zespole.

### Treści programowe

Aktualizacja: 01.06.2023r.

#### Wykłady & Laboratoria:

- arytmetyka zmiennopozycyjna, błędy numeryczne;
- numeryczna stabilność, uwarunkowanie zadań i poprawność algorytmów;
- numeryczne rozwiązywanie równań nieliniowych (wybrane metody);
- interpolacja wielomianowa;
- wzór Taylora;
- kwadratury Newtona-Cotesa;
- różniczkowanie numeryczne;
- numeryczne rozwiązywanie zagadnień początkowych dla równań różniczkowych zwyczajnych rzędu pierwszego: metody jednokrokowe typu Rungego-Kutty.

### Tematyka zajęć

Program wykładu obejmuje następujące zagadnienia:

1. Arytmetyka zmiennoprzecinkowa.

Liczba rzeczywista – różne formy zapisu.

Rozkład liczb na czynniki .

Zamiana liczb pomiędzy systemami dziesiętnym i binarnym i problemy z tym związane.  
Zaokrąglenia i miary błędów.  
Reprezentacje zmiennoprzecinkowe liczb rzeczywistych.  
Liczby rzeczywiste i liczby maszynowe.  
Dokładność maszynowa.  
Działania arytmetyczne na liczbach zmiennoprzecinkowych.  
Charakterystyka arytmetyki zmiennoprzecinkowej na wybranym przykładzie.  
Błędy numeryczne.  
Algorytmy stabilne i niestabilne.  
Uwarunkowanie zadań.

2. Różniczkowanie numeryczne: wzór Taylora.  
Dyskretyzacja obszarów. Charakterystyka metod siatkowych.  
Wyprowadzenie wzorów metod.  
Rząd zbieżności metod  $O(*)$ .  
Szacowanie błędów.

3. Numeryczne metody rozwiązywania zagadnień początkowych dla równań różniczkowych zwyczajnych I rzędu wybrane metody jednokrokowe typu Runge-Kutta.  
Interpretacja graficzna.  
Błąd lokalny i globalny. Błąd całkowity rozwiązania.

4. Numeryczne rozwiązywanie równań nieliniowych funkcji jednej zmiennej.  
Wybrane metody iteracyjne: Metoda stycznych (Newton-Raphson), bisekcji, siecznych i regula-falsi.  
Interpretacja graficzna metod.  
Wyprowadzenie wzorów metod.  
Warunki zbieżności metod. Zbieżność lokalna i globalna.  
Przykłady rozbieżności metod.  
Złożoność obliczeniowa metod.  
Warunki zakończenia.  
Weryfikacja poprawności rozwiązania.  
Metoda Newtona dla pierwiastków wielokrotnych.  
Wprowadzenie pojęć: atraktor, repeler, basen przyciągania i ich związek z rozwiązywaniem równań nieliniowych.

5. Aproksymacja funkcji.  
Szeregi potęgowe (szereg Taylora).  
Interpolacja wielomianowa.  
Założenia interpolacji.  
Przypadek ciągły i dyskretny.  
Zadanie interpolacji.  
Przykład "reverse engineering".  
Jednoznaczność interpolacji.  
Metoda macierzowa, Lagrange'a i Newtona. Ilorazy różnicowe.  
Problem wyboru węzłów. Węzły równoodległe i Czebyszewa.  
Zbieżność procesów interpolacyjnych zjawisko Rungego.  
Interpolacja wielomianów - przypadki szczególne.  
Oszacowanie błędu wzoru interpolacyjnego.

6. Całkowanie numeryczne.  
Interpolacja w całkowaniu numerycznym.  
Kwadratury proste i złożone Newtona-Cotesa.  
Wzory trapezów i Simpsona.  
Wyprowadzenie wzorów.  
Interpretacja graficzna metod.  
Błędy całkowania numerycznego (kwadratur).  
Szacowanie błędów.  
Wyprowadzenie wzorów określających liczbę przedziałów całkowania w zależności od zadanej dokładności rozwiązania metodami złożonymi.

Program laboratoriów obejmuje następujące zagadnienia:  
Wprowadzenie do Matlaba.

1. Arytmetyka zmiennoprzecinkowa.

Błędy reprezentacji zaokrągleń działań.

Dokładność maszynowa.

Badanie właściwości arytmetyki zmiennoprzecinkowej.

Nadmiar i niedomiar zmiennoprzecinkowy.

Typy rzeczywiste pojedynczej i podwójnej precyzji.

Przykłady algorytmów niestabilnych i zadań źle uwarunkowanych.

2. Różniczkowanie numeryczne: wzór Taylora.

Wpływ błędu metody i zaokrągleń działań na jakość rozwiązania.

3. Numeryczne metody rozwiązywania zagadnień początkowych dla równań różniczkowych zwyczajnych I rzędu - wybrane metody jednokrokowe typu Runge-Kutta. Badanie związku pomiędzy krokiem całkowania a zbieżnością rozwiązania i błędem metody. Stabilność i niestabilność rozwiązań. Wpływ rzędu zbieżności metod na jakość rozwiązania.

4. Numeryczne rozwiązywanie równań nieliniowych funkcji jednej zmiennej.

Wybrane metody iteracyjne: Metoda stycznych (Newton-Raphson), bisekcji, siecznych i regula-falsi.

Badanie związku pomiędzy danymi a uzyskanym rozwiązaniem.

Badanie związku pomiędzy warunkami zakończenia a dokładnością rozwiązania.

Weryfikacja poprawności rozwiązania.

Przykłady rozbieżności metod.

Badanie rozwiązań dla zadań niespełniających wymaganych założeń.

5. Aproksymacja funkcji.

Szeregi potęgowe (szereg Taylora).

Interpolacja wielomianowa.

Metoda Lagrange'a lub Newtona.

Badanie aproksymacji wybranej funkcji dla węzłów równoodległych i Czebyszewa - problem optymalnego wyboru węzłów.

Zjawisko Rungego.

6. Całkowanie numeryczne.

Metody proste i złożone trapezów i Simpsona.

Badanie dokładności rozwiązań.

## Metody dydaktyczne

Wykłady:

- z prezentacją multimedialną uzupełniany przykładami podawanymi na tablicy;
- prowadzony w sposób interaktywny z formułowaniem pytań do studentów;
- aktywności studentów w czasie zajęć przy wystawianiu oceny końcowej;
- w trakcie wykładu inicjowanie dyskusji;

Laboratoria:

- przedstawiana w powiązaniu z praktyką;
- przedstawiana w powiązaniu z aktualną wiedzą studentów;
- różnych aspektów przedstawianych zagadnień;
- nowego tematu poprzedzone przypomnieniem treści powiązanych, znanych studentom z innych przedmiotów;
- uzupełniane prezentacjami multimedialnymi;
- sprawozdań przez prowadzącego laboratoria;
- w zespołach;
- obliczeniowe.

## Literatura

Podstawowa:

- Fortuna, Macukow, Wąsowski, Metody numeryczne, WNT: PWN, 2017;
- Kincaid, Cheney, Analiza numeryczna, WNT 2006;
- Magnucka-Blandzi, Dondajewski, Gleska, Szyszka, Metody numeryczne w MatLabie. Wybrane zagadnienia, Wyd. Politechniki Poznańskiej 2013.

Uzupełniająca:

- Burden, Faires, Numerical analysis, Prindle, Weber & Schmidt, Boston;
- Rosłonec, Wybrane metody numeryczne z przykładami zastosowań w zadaniach inżynierskich, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 2008.

### Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta

	Godzin	ECTS
Łączny nakład pracy	150	6,00
Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem	77	3,00
Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do zajęć laboratoryjnych/ćwiczeń, przygotowanie do kolokwίων/egzaminu, wykonanie projektu)	73	3,00